ABORDAGEM DO TEMA PROBABILIDADE E PROBABILIDADE GEOMÉTRICA NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO INDICADOS PELO PNLD

ENFOQUE DEL TEMA PROBABILIDAD Y LA PROBABILIDAD GEOMÉTRICA EN LOS LIBROS DIDÁCTICOS DE MATEMÁTICAS DE LA ESCUELA SECUNDARIA INDICADOS POR EL PNLD

APPROACH TO THE THEME PROBABILITY AND GEOMETRIC PROBABILITY IN HIGH SCHOOL MATHEMATICS BOOKS INDICATED BY PNLD

Denise RITTER
Universidade Franciscana
e-mail: deniseritter10@gmail.com
Ana Marli BULEGON
Universidade Franciscana
e-mail: anabulegon@ufn.edu.br

Como referenciar este artigo

BULEGON, D. R.; RITTER, D. Abordagem do tema probabilidade e probabilidade geométrica nos livros didáticos de matemática do ensino médio indicados pelo PNLD. **Revista Hipótese**, Bauru, v. 8, e022004, jan./dez. 2022. e-ISSN: 2446-7154. DOI: https://doi.org/10.47519/eiaerh.v8.2022.ID5

Submetido em: 13/06/2021
Revisões requeridas em: 09/09/2021
Aprovado em: 15/09/2021
Publicado em: 01/01/2022

(cc) BY-NC-SA

RESUMO: Este trabalho objetiva analisar como é abordado o conteúdo de Probabilidade e se a Probabilidade Geométrica é apresentada em livros didáticos de Matemática do PNLD 2015. Foram analisados exemplares de Matemática do Ensino Médio sugeridos pelo Guia de Livros Didáticos. Percebeu-se que todas as coleções procuram evidenciar os aspectos históricos da Probabilidade e a maioria apresenta situações de sua aplicação. Nenhuma das coleções aborda o conceito de Probabilidade Geométrica e apenas duas apresentam exercícios que exigem esse conhecimento na resolução. Acredita-se que a análise realizada pode contribuir no processo de ensino dos conceitos de Probabilidade, tornando sua aprendizagem mais efetiva.

PALAVRAS-CHAVE: Livros didáticos. Matemática. PNLD. Análise.

RESUMEN: *Este trabajo tiene como objetivo analizar cómo se aborda el contenido de Probabilidad y si la Probabilidad Geométrica se presenta en los libros didáticos de Matemáticas del PNLD 2015. Se analizaron muestras de Matemáticas de Secundaria sugeridas por la Guía de Libros Didáticos. Se notó que todas las colecciones buscan resaltar los aspectos históricos de la Probabilidad y las situaciones más presentes de su aplicación. Ninguna de las colecciones aborda el concepto de Probabilidad Geométrica y solo dos tienen ejercicios que requieren este conocimiento en la resolución. Se cree que el análisis realizado puede contribuir al proceso de enseñanza de los conceptos de Probabilidad, haciendo más efectivo su aprendizaje.*

PALABRAS CLAVE: *Libros didácticos. Matemáticas. PNLD. Analizar.*

ABSTRACT: *This work aims to analyze how the content of Probability is approached and whether Geometric Probability is presented in PNLD 2015 Mathematics textbooks. Samples of High School Mathematics suggested by the Textbook Guide were analyzed. It was noticed that all collections seek to highlight the historical aspects of Probability and most present situations of its application. None of the collections addresses the concept of Geometric Probability and only two have exercises that require this knowledge in the resolution. It is believed that the analysis performed can contribute to the teaching process of Probability concepts, making their learning more effective.*

KEYWORDS: *Didatic books. Math. PNLD. Analysis.*

e-ISSN: 2446-7154
DOI: https://doi.org/10.47519/eiaerh.v8.2022.ID5
BY-NC-SA

Introdução

Os conhecimentos de matemática são importantes, pois possuem aplicações em diversas áreas do conhecimento e na vida cotidiana. Dentre esses conhecimentos, está a Probabilidade que auxilia na análise de situações e tomada de decisões. Utilizando a Probabilidade, é possível determinar a possibilidade de ocorrência de eventos, como o resultado de uma loteria ou as chances de um time ganhar um jogo ou um campeonato.

Os PCNEM (Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio) ressaltam a importância de trabalhar a Matemática de forma contextualizada a fim de que o estudante consiga analisar, compreender, interpretar, construir argumentos e tomar decisões em situações cotidianas (BRASIL, 2000). Diante disso, os currículos da educação básica incluem diversos conceitos de aplicação da Matemática no cotidiano em sua grade curricular, como é o caso da Probabilidade. O estudo desse conceito inicia no Ensino Fundamental (EF) e é aprofundado no Ensino Médio (EM).

Os livros didáticos fornecidos pelo Ministério da Educação (MEC) por meio do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) são utilizados como referência nas escolas públicas. As escolas escolhem os livros didáticos que desejam utilizar por meio da análise do Guia do Livro Didático que apresenta a resenha das obras aprovadas pelo MEC. O objetivo do PNLD é disponibilizar às escolas de Ensino Fundamental e Médio, livros didáticos, acervos de obras literárias, obras complementares e dicionários.

O livro didático é um material importante, pois, segundo Carvalho e Lima (2010) a maioria dos professores atribui a esse recurso um papel de destaque dentre os recursos didáticos que podem ser utilizados no processo de ensino e aprendizagem. Considerando que o livro didático é um material que é utilizado pelos professores como suporte no processo de ensino, se destaca a importância da realização da análise desse tipo de material. Diante disso, esse trabalho tem por objetivo analisar como é abordado o conceito de Probabilidade e se é apresentada a Probabilidade Geométrica nas coleções de livros didáticos de Matemática indicados pelo PNLD de 2015 para o Ensino Médio. A análise desenvolvida neste artigo é parte integrante da dissertação de mestrado intitulada "O ensino de Probabilidade Geométrica: desafios e possibilidades", de autoria de uma das autoras, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Franciscana.

Este trabalho apresenta algumas reflexões sobre o livro didático e o ensino de Matemática; aspectos relevantes sobre os conceitos de Probabilidade e Probabilidade

BY-NC-SA

Geométrica; um panorama dos trabalhos já publicados sobre essa temática; a metodologia empregada neste estudo; a abordagem do tema Probabilidade e Probabilidade Geométrica nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio; as considerações finais e referências utilizadas na elaboração deste trabalho.

Livro didático e o ensino de Matemática

O livro didático ainda é um importante material didático de acesso ao conteúdo utilizado pelos professores em suas aulas e apontado por Delizoicov, Angotti e Pernambuco (2007) como o principal instrumento de trabalho do professor, na maioria das salas de aula, dando suporte à prática docente e servindo como principal referência.

Conforme Carvalho e Lima (2010, p. 29) "Um bom livro didático é uma fonte para o conhecimento da matemática escolar. É nele que podemos nos familiarizar com a Matemática que devemos ensinar". O livro didático pode ser utilizado pelo professor como suporte para o desenvolvimento do conteúdo; esse recurso também pode influenciar a forma como o professor desenvolve o conteúdo, podendo propor situações problemas ou atividades práticas sugeridas no livro didático. Dessa forma, o livro didático sinaliza qual o saber será estudado, os métodos que podem ser adotados para aprendê-lo de forma eficaz e a organização curricular ao longo dos anos de escolaridade (CARVALHO; LIMA, 2010). Os livros didáticos geralmente visam

> Disponibilizar aos alunos uma ferramenta de referência para pesquisas eventuais; propor uma partição do programa em capítulos estruturados, permitindo aos alunos e professores usá-los como referência; ser uma base de dados para os exercícios e os problemas; Explicitar um texto, expondo as noções do programa (ALMOULOUD, 2005, p. 53).

O livro didático desempenha o importante papel de favorecer o contato dos estudantes com a Matemática escolar (CARVALHO; LIMA, 2010). A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aponta que o livro didático é um dos recursos que têm um importante papel na compreensão e utilização das noções matemáticas e que "[...] esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização" (BRASIL, 2018, p. 276). Dessa forma, percebe-se o importante papel do livro didático e ressalta-se a relevância de realizar análises desse tipo de material, visando identificar suas características, pontos fortes e aspectos que carecem de maiores reflexões. Os livros didáticos

e-ISSN: 2446-7154
DOI: https://doi.org/10.47519/eiaerh.v8.2022.ID5
BY-NC-SA

> [...] constituem um instrumento importante para o ensino e aprendizagem, seria desejável que oferecessem subsídios para que o professor pudesse desenvolver suas atividades de forma adequada às propostas oficiais, tanto no preparo de suas aulas quanto na sua prática docente (NASCIMENTO, 2004, p. 51).

Carvalho e Lima (2010) ressaltam que é importante verificar se os livros didáticos promovem a integração entre os conteúdos matemáticos e se relacionam a Matemática a outras áreas do conhecimento. Além disso, esses autores também apontam a importância de os livros didáticos apresentarem sugestões de jogos, materiais concretos, experimentos, atividades práticas, investigações e projetos.

Para além desses aspectos pedagógicos, os livros didáticos são recursos que favorecem a pesquisa em qualquer tempo e lugar; pois dispõe de versões impressas e podem ser manuseados por seus usuários, mesmo sem acesso à internet.

Diante dos aspectos apresentados, percebe-se a importância que o livro didático desempenha como subsídio para o professor planejar suas aulas e como fonte de consulta para os estudantes. Dessa forma, é importante realizar estudos que analisem esse tipo de material, podendo esses auxiliar os professores a identificar as potencialidades desse recurso.

Probabilidade e Probabilidade Geométrica

A teoria das Probabilidades possibilita criar modelos para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios. Um fenômeno aleatório é todo experimento que, mesmo sendo repetido várias vezes, sob as mesmas condições, não apresenta o mesmo resultado; em virtude disso é que se buscam as chances, os resultados prováveis, a probabilidade de um determinado resultado ocorrer.

A primeira definição formal de probabilidade como quociente do número de "casos favoráveis" sobre o número de "casos possíveis", segundo Morgado *et al.* (1991), foi encontrada na obra *Liber de Ludo Aleae* de Jerônimo Cardano, a qual descreve-se a seguir. Considere que os experimentos aleatórios têm as seguintes características:

a) Há um número finito (denominado por n) de eventos elementares (casos possíveis). O espaço amostral (Ω) é a união de todos os eventos elementares.

b) Os eventos elementares são equiprováveis (todos têm a mesma probabilidade de ocorrer).

c) Todo evento A é uma união de m eventos elementares onde $m\ n_{\square}$ (casos favoráveis).

(cc) BY-NC-SA

Define-se então:

$$\text{Probabilidade de A} = P\,A(\,) = \frac{\text{número de casos favoráveis } m}{\text{número de casos possíveis}} = \frac{}{n}$$

O conhecimento de Probabilidade é importante, pois auxilia as pessoas na análise de situações e tomada decisões em seu cotidiano. Além disso, possibilita ao estudante desenvolver importantes habilidades como a análise crítica e a argumentação (LOPES, 2008).

Woodward e Hoehn (1994) ressaltam que para que os estudantes consigam aprender mais sobre Probabilidade, é necessário ensinar ou reforçar, conceitos desse conteúdo relacionando com outros conteúdos como a Geometria. Segundo os autores, a Geometria é adequada pelos seguintes fatores: os problemas de Geometria que envolvem Probabilidade são interessantes e podem servir de motivação; os estudantes poderão utilizar de modo diferente os conceitos de Geometria que já dispõem; e terão uma melhor compreensão dos conceitos da Probabilidade ao verem esses aplicados ao contexto da Geometria.

A Probabilidade Geométrica auxilia os estudantes a construir importantes conceitos, pois utiliza as noções de Geometria estudadas desde o Ensino Fundamental para desenvolver o conceito de Probabilidade (FREITAS, 2009).

O conteúdo de Probabilidade Geométrica nem sempre é abordado em aulas de Matemática da Educação Básica (ALCÂNTARA, 2014; CAETANO; PATERLINI, 2013). Esse fato pode acontecer em virtude dos conceitos de Probabilidade muitas vezes não serem trabalhados nesse nível de ensino, apesar de ser um tópico importante e que é utilizado em várias áreas do conhecimento (SILVA, 2014; VIANA, 2013).

A Probabilidade Geométrica é uma parte do estudo de Probabilidade em que se faz necessário utilizar noções geométricas para resolver problemas probabilísticos (GONDIM, 2013; SILVA, 2014). Comprimento, área e volume são as noções geométricas mais utilizadas para resolver esse tipo de problema. Conforme Pereira (2011, p. 1): "[...] na teoria de Probabilidades Geométricas, os elementos aleatórios não são quantidades, mas objetos geométricos como pontos linhas e rotações".

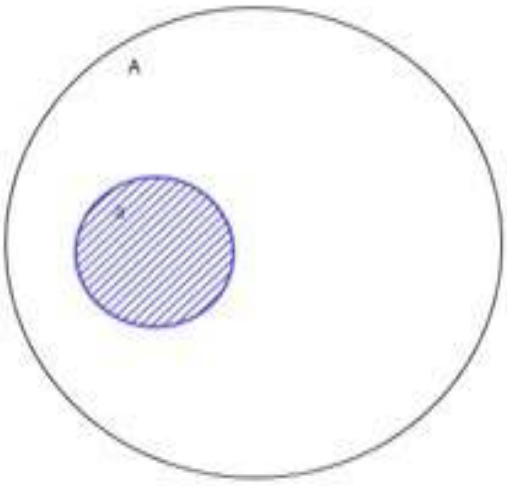
Tunala (1992, p. 16) coloca que:

> Alguns problemas de probabilidade são equivalentes à seleção aleatória de pontos em espaços amostrais representados por *figuras geométricas*. Nos modelos em apreço, a probabilidade de um determinado evento se reduz à relação – ou ao seu limite, caso exista – entre, *medidas geométricas homogêneas*, tais como comprimento, área ou volume.

e-ISSN: 2446-7154
DOI: https://doi.org/10.47519/eiaerh.v8.2022.ID5
BY-NC-SA

Conforme Machado (2012), a Probabilidade em espaços geométricos são razões entre medidas de comprimento, de área ou de volume, estando essas medidas na mesma unidade. Nesse sentido, Tunala (1992) apresenta a seguinte definição para a Probabilidade envolvendo área: Suponha-se que uma figura plana *a* seja parte de outra figura plana *A* e que se tenha escolhido ao acaso um ponto de *A*. Se admitirmos que a probabilidade de este ponto pertencer a *a* é proporcional à área de *a* e não depende do lugar que *a* ocupa em *A*, então a probabilidade de que o ponto selecionado esteja em *a* será:

Figura 1 – Relação de probabilidade de área de dois espaços geométricos



$$P = \frac{\text{área de } a}{\text{área de } A}$$

Fonte: Elaborado pelas autoras (2020)

Probabilidade nos livros didáticos: panorama geral

Nessa seção, são apresentados alguns estudos que analisaram como o conceito de Probabilidade é abordado nos livros didáticos de Matemática.

Rodrigues e Martins (2016), tiveram por objetivo analisar e discutir como o tema Probabilidade é tratado nas seis coleções de livros didáticos aprovadas para o Ensino Médio no PNLD do triênio 2015-2017. A partir da análise dos livros didáticos os autores salientam que o conteúdo Probabilidade não é abordado em nenhuma das coleções analisadas no primeiro ano do Ensino Médio; duas abordam nos volumes 2 e 3, e as demais apresentam esse conteúdo apenas no segundo volume; dessa forma, o conteúdo de Probabilidade é trabalhado em apenas um ano do ciclo escolar do Ensino Médio. Os autores também constataram que as coleções costumam dedicar, em média, apenas um pouco mais de três porcento das páginas para a

BY-NC-SA

abordagem do conteúdo Probabilidade, durante todo o Ensino Médio.

Viali e Oliveira (2010) entrevistaram professores do Ensino Médio para identificar quais coleções de livros didáticos esses costumam utilizar. A partir das respostas, os autores selecionaram os cinco livros mais citados pelos professores para análise. O objetivo da análise foi verificar como o conteúdo de Probabilidade é apresentado e se está de acordo com a legislação, especificamente o PCN+. Os autores constataram que o conteúdo de Probabilidade é normalmente inserido no último capítulo, sem estabelecer relações com os conteúdos anteriores e que nos exemplos e exercícios, prevalecem questões que envolvem jogos, moedas e dados. Por fim, ressaltam que nenhum dos textos faz uso ou encoraja o professor a usar recursos tecnológicos.

Coutinho *et al.* (2013) realizaram um estudo do Guia de Livros Didáticos de Matemática, do PNLD de 2012, em relação à presença do conteúdo de Probabilidade, a quantidade de páginas destinadas a ele e à metodologia utilizada. Em seguida, os autores analisaram as tarefas propostas em uma das coleções, que foi escolhida por ser a que possuía a menor quantidade de páginas destinadas à Probabilidade. Os autores concluíram que a obra analisada apresentava uma boa abordagem do conteúdo de Probabilidade, que contemplou desde a percepção do acaso, passando pela descrição de um experimento aleatório, enumeração dos resultados possíveis, para então abordar a definição clássica de Probabilidade. Perceberam ainda que a visão frequentista[1] não é adequadamente explorada nas coleções aprovadas apresentadas no Guia de Livros Didáticos.

Oliveira (2006), analisou como são abordados os conteúdos de Estatística e Probabilidade em uma amostra de livros didáticos de Matemática destinados ao Ensino Médio, editados entre 1992 e 2005. A partir da análise, o autor ressalta que os livros didáticos dão pouca ênfase aos conteúdos de Probabilidade e Estatística; segundo o autor, alguns apresentam conceitos equivocados, não contextualizam os temas e não propõem a utilização de recursos das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) na resolução de problemas, indo, dessa forma, em desencontro às Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+).

Diante dos aspectos destacados nos trabalhos encontrados na literatura, ressalta-se a importância de realizar análise de livros didáticos, visto que esses possuem aspectos que merecem atenção do professor no momento de sua utilização.

[1] A Probabilidade Frequentista se caracteriza pelo valor matemático da probabilidade ser resultante do processo de experimentação, em que é observado a frequência com que os fatos ocorrem.

BY-NC-SA

Metodologia

O trabalho apresentado trata-se de um estudo de natureza qualitativa, do tipo documental. Conforme Lüdke e André (1986, p. 38), a análise documental é uma importante abordagem de dados qualitativos, que analisa "[...] desde leis e regulamentos, normas, pareceres, cartas, memorandos, diários pessoais, autobiografias, jornais, revistas, discursos, roteiros de programas de rádio e televisão até livros, estatísticas e arquivos escolares".

O objetivo do trabalho é analisar como são abordados os conceitos de Probabilidade e se a Probabilidade Geométrica é apresentada nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, do PNLD de 2015. Para tanto, realizou-se a análise de todos os exemplares sugeridos pelo Guia de Livros Didáticos do PNLD 2015, destinados ao Ensino Médio (Quadro 1). O Guia de Livros Didáticos apresenta os conteúdos abordados em cada volume dos livros didáticos de todas as coleções, dessa forma, a partir de sua análise e da revisão dos volumes das coleções apresentadas no Quadro 1, selecionamos os volumes que abordam o conceito de Probabilidade.

Quadro 1 – Referência das coleções de livros de Ensino Médio analisadas

COLEÇÕES	REFERÊNCIA
Coleção I	LEONARDO, F. M. **Conexões com a Matemática**. Vol. 2, 3. 2ª ed. Cidade: Moderna, 2013.
Coleção J	DANTE, L. R. **Matemática:** Contexto e Aplicações. Vol. 2, 3. 2ª ed. São Paulo: Ática, 2013.
Coleção K	PAIVA, M. R. **Matemática – Paiva**. Vol. 2. 2ª ed. Cidade: Moderna, 2013.
Coleção L	IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D. M.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. S. **Matemática** – Ciência e Aplicações. Vol. 2. 7ª ed. São Paulo: Saraiva, 2013.
Coleção M	SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. S. V. **Matemática** – Ensino Médio. Vol. 2, 3. 8ª ed. São Paulo: Saraiva, 2013.
Coleção N	SOUZA, J. R. **Novo olhar:** Matemática. Vol. 2. 2ª ed. São Paulo: FTD, 2013.

Fonte: Ritter (2017, p. 61)

A análise realizada nas coleções de livros didáticos foi norteada pelas seguintes questões: Como é abordado o conteúdo de Probabilidade? São evidenciados os aspectos históricos de como surgiu esse conteúdo? São apresentadas situações de aplicação do conteúdo? A Probabilidade é relacionada com outros conteúdos de Matemática? A Probabilidade é relacionada com outras disciplinas/áreas? São propostas atividades como experimentos, construção de mapas conceituais, jogos, dentre outras? É abordado o conceito de Probabilidade Geométrica? São propostos exercícios sobre Probabilidade Geométrica? Essas questões foram propostas baseadas nos pontos que Carvalho e Lima (2010) consideram importantes serem

Rev. Hipótese, Bauru, v. 8, e022004, jan./dez. 2022. e-ISSN: 2446-7154
DOI: https://doi.org/10.47519/eiaerh.v8.2022.ID5
BY-NC-SA

observados em livros didáticos de Matemática e nos aspectos que são importantes na abordagem desse conteúdo.

Abordagem do tema Probabilidade e Probabilidade Geométrica nos livros didáticos do Ensino Médio

Ressalta-se que a análise dos livros didáticos apresentada a seguir é parte integrante da dissertação "O ensino de Probabilidade Geométrica: desafios e possibilidades" de uma das autoras desse trabalho. O objetivo deste estudo é analisar como é abordado o conteúdo de Probabilidade e se a Probabilidade Geométrica é apresentada em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio do PNDL de 2015.

Pela análise do Quadro 1, percebe-se que metade das coleções analisadas (I, J e M) abordam o conteúdo de Probabilidade em dois volumes enquanto as demais (K, L e N) abordam em apenas um. Na sequência, é apresentada uma breve descrição das coleções analisadas.

A coleção I, de Leonardo (2013), expõe como surgiu a teoria das Probabilidades, também apresenta aplicações dessa teoria na pesquisa científica e na vida social. Nessa coleção, os conceitos são expostos de forma intercalada com exemplos e são apresentadas aplicações da Probabilidade em situações cotidianas. São propostos alguns exercícios resolvidos e questionamentos a respeito deles para que os estudantes reflitam e discutam. Na seção "Exercícios complementares" são apresentados exercícios que são classificados em: "Aplicação, Aprofundamento, Desafio, Autoavaliação", sendo alguns de vestibulares e do ENEM. A coleção possui a seção "Compreensão de texto" na qual é sugerido que seja realizado um trabalho interdisciplinar com a Biologia, abordando para tanto o tema transfusão de sangue; a coleção destaca as contribuições de várias ciências nesse processo, entre elas a Matemática. É apresentada uma discussão sobre esse tema e em seguida são propostas algumas questões sobre ele e que envolvem Probabilidade. A Probabilidade Geométrica não é trabalhada nem são propostos exercícios sobre esse assunto.

Dante (2013), coleção J, expõem como surgiu o estudo da teoria das Probabilidades. Nessa coleção, os conceitos são desenvolvidos de forma intercalada com exercícios e exercícios resolvidos. Alguns dos exercícios resolvidos possuem o tópico "Resolvido passo a passo" em que é executada uma sequência de etapas que são: "Lendo e compreendendo", "Planejando a solução", "Executando o que foi planejado", "Emitindo a resposta" e "Ampliando o problema". A coleção também apresenta "Aplicações de Probabilidade à Genética" e ressalta que essa área é, talvez, o ramo da Biologia que mais utiliza os conceitos matemáticos da teoria das

BY-NC-SA

Probabilidades. Nessa seção, também são apresentados exercícios que abordam essa temática. A seção "Outros contextos" discorre sobre a doação de órgãos, e problemas de Probabilidade que abordam esse tema. Apresenta a seção "Leituras" que possui os tópicos "A Matemática da sorte" e "Um pouco mais sobre Probabilidades" discorrendo sobre esses assuntos. A Probabilidade Geométrica não é trabalhada nem são propostos exercícios sobre esse assunto nessa coleção.

A coleção K, de Paiva (2013), expõem um breve relato histórico sobre o surgimento da teoria das Probabilidades. Os conceitos são apresentados e exemplificados, e na sequência são apresentados "Exercícios resolvidos" e "Exercícios propostos". Os exercícios são contextualizados com situações reais.

Apresenta uma seção denominada "Roteiro de trabalho", na qual são apresentados tópicos relacionados aos conceitos trabalhados para os estudantes discutirem em grupos. Propõem "Exercícios complementares", alguns desses de vestibulares e do ENEM. Propõem também a "Análise da resolução", em que é apresentado um exercício e sua resolução, durante a qual foi cometido um erro, então estimula a identificação desse erro e a refazer a resolução. Também é apresentada a seção "Matemática sem fronteiras", que aborda a "Expectativa de vida" da população brasileira, sendo propostos questionamentos de Probabilidade sobre os dados apresentados. A Probabilidade Geométrica não é trabalhada nem são propostos exercícios sobre esse assunto.

Iezzi *et al.* (2013), coleção L, abordam a história da Probabilidade na seção "Um pouco de história" em que apresentam os primeiros registros ligados à teoria da Probabilidade. Os conceitos são apresentados juntamente com situações reais e são propostas questões que utilizam para sua resolução as ideias de combinatória e Probabilidade. Os exercícios são contextualizados com situações reais, sendo apresentadas diversas situações em que os conceitos de Probabilidade são utilizados, como por exemplo, na probabilidade de ganhar na Mega-Sena. A Probabilidade Geométrica não é explorada nessa coleção.

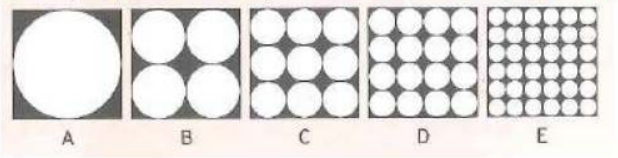
A coleção M, de Smole e Diniz (2013), no volume 2, evidencia algumas áreas de aplicações da Probabilidade. Os conteúdos são explicados e exemplificados. Na seção "Problemas e exercícios", sugere a realização de experimentos, como lançamentos de moedas e dados e resolução de problemas contextualizados. Também propõem exercícios e sua respectiva resolução, estimulando o estudante a analisar a resolução para identificar se ela possui erros, instigando-o a argumentar sobre eles. Possui a seção "Invente você", na qual

(cc) BY-NC-SA

sugere que os estudantes criem problemas sobre um determinado assunto. Apresenta links de jogos digitais como sugestão que pode ser utilizada para auxiliar na compreensão do conceito de Probabilidade. Possui exercícios resolvidos; na seção "Para saber mais" são propostas atividades como o lançamento de moedas. Aborda, também, a relação entre Probabilidade e Contagem, sendo propostos exercícios sobre esses conteúdos. Um dos exercícios (Quadro 2) propostos na seção "Saia dessa" necessita para sua resolução a noção de Probabilidade Geométrica.

Quadro 2 – Problema proposto no livro M

2) As figuras de A até E representam alvos de um jogo de dardos.



Os pontos nesse jogo são marcados de acordo com estas regras:

- *1 ponto para quem acerta o dardo dentro de um círculo.*
- *Nenhum ponto para quem acerta o dardo dentro do quadrado, mas fora de um círculo.*

Se o dardo é atirado fora do quadrado, pode-se jogá-lo mais uma vez.
Nessas condições, qual dos 5 alvos você escolheria para jogar? Como você justifica sua resposta matematicamente?

Fonte: Smole e Diniz (2013, p. 181)

Possui a seção "Projeto Probabilidade: história e aplicações" na qual sugere que os estudantes investiguem a história da Probabilidade e suas aplicações. Na seção "palavras-chave", propõem a construção de mapas conceituais como forma de sintetizar o que foi estudado. Para tanto, mostra um esboço inicial de um mapa conceitual sobre o tópico de Probabilidade e sugere que os estudantes o completem.

Apresenta a seção "Conexão Matemática – Física Quântica", a qual possui um texto sobre a relação entre Teoria Quântica e Probabilidade.

No volume 3 dessa coleção, é apresentada a unidade "Probabilidade e Estatística" a qual tem por intuito utilizar a Probabilidade na interpretação de situações e na tomada de decisões a partir de dados estatísticos. Possui duas seções de aprofundamento dos conteúdos intituladas "Função ou distribuição de Probabilidade" e "Probabilidade frequentista e lei dos grandes números". Na seção "No computador", expõem como sugestão um programa de computador que faz simulações como o lançamento de uma moeda; apresenta instruções para a utilização do programa, instigando os estudantes a explorá-lo e a realizarem experimentos. Na seção "Para saber", é apresentado um texto sobre uma família de matemáticos que contribuiu na teoria das

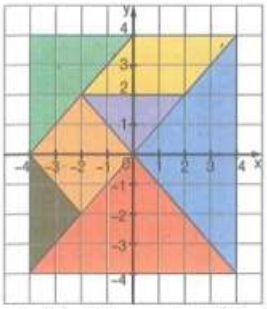
Rev. Hipótese, Bauru, v. 8, e022004, jan./dez. 2022. e-ISSN: 2446-7154
DOI: https://doi.org/10.47519/eiaerh.v8.2022.ID5
BY-NC-SA

Probabilidades. Na seção "Conexão Matemática – Ciência Forense – Probabilidade" é apresentado um texto sobre Ciência Forense e as diversas áreas envolvidas para a análise científica das evidências de um crime.

Souza (2013), coleção N, apresenta a origem da teoria da Probabilidade relacionada aos jogos de azar. Os conceitos são expostos intercalados com exemplos. Na seção "Atividades resolvidas" são apresentados alguns exercícios juntamente com sua resolução. Apresenta também a seção "Atividades" em que são propostos exercícios para os estudantes resolverem. Tanto nas "Atividades resolvidas" quanto nas "Atividades" o livro apresenta questões do ENEM e de vestibulares. Na seção "Atividades" uma das questões propostas é sobre o Tangram. Este exercício não faz menção a Probabilidade Geométrica, mas para sua resolução se faz necessário os conhecimentos desse conceito, como pode ser observado no Quadro 3.

Quadro 3 – Problema 1 proposto no livro N

17) O Tangram é um jogo chinês de origem milenar, composto por sete formas geométricas que, organizadas, podem formar cerca de 1700 silhuetas (silhueta: desenho que representa um objeto ou uma pessoa de acordo com sua sombra). Os chineses o chamam de "Tábua da sabedoria" ou "Tábua das sete sabedorias". Considere o seguinte Tangram em um plano cartesiano.



a) *Qual é a probabilidade de, ao marcarmos aleatoriamente um ponto pertencente ao Tangram, esse ponto*
   - *Pertencer à região alaranjada?*
   - *Pertencer à região roxa?*
   - *Não pertencer à região azul?*

b) *Se marcarmos um ponto pertencente ao Tangram com abscissa -3, qual é a probabilidade de esse ponto pertencer à região vermelha? E à região verde?*

c) *Ao marcarmos um ponto pertencente ao Tangram com ordenada positiva, qual é a probabilidade de esse ponto pertencer à região amarela?*

Fonte: Souza (2013, p. 257)

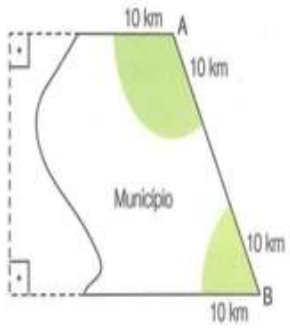
Possui a seção "Contexto" que aborda diversos temas como, por exemplo, a probabilidade em um grupo de pessoas, duas delas fazerem aniversário no mesmo dia. Apresenta um texto que trata das contribuições da Probabilidade no diagnóstico de doenças na Medicina e na sequência propõe alguns questionamentos. Um dos exercícios propostos na seção

Rev. Hipótese, Bauru, v. 8, e022004, jan./dez. 2022. e-ISSN: 2446-7154
DOI: https://doi.org/10.47519/eiaerh.v8.2022.ID5
(cc) BY-NC-SA

"Atividades complementares", do ENEM, (Quadro 4) também necessita para sua resolução conhecimentos de Probabilidade Geométrica.

Quadro 4 – Problema 2 proposto no livro N

59) (ENEM-MEC) Um município de 628km² é atendido por duas emissoras de rádio cujas antenas Ae Balcançam um raio de 10 km do município, conforme mostra a figura:



Para orçar um contrato publicitário, uma agência precisa avaliar a probabilidade que um morador tem de, circulando livremente pelo município, encontrar-se na área de alcance de pelo menos uma das emissoras.

Essa probabilidade é de, aproximadamente:

a)20% b) 25% c) 30% d) 35% e) 40%

Fonte: Souza (2013, p. 276)

Na seção "Explorando o tema" apresenta "O problema dos cincos discos" conforme a versão de Malba Tahan. Também propõem uma análise probabilística de sua solução. No Quadro 5 é apresentada uma síntese dos aspectos mais evidentes observados e que respondem aos questionamentos que nos propomos a analisar nas coleções de livros didáticos de Matemática.

Quadro 5 – Aspectos mais evidentes do conteúdo de Probabilidade nas coleções analisadas

Aspectos/Coleção	**I**	**J**	**K**	**L**	**M**	**N**
Aborda seu surgimento.	X	X	X	X	X	X
Relaciona com outros conteúdos.				X	X	
Relaciona com outras disciplinas/área.	X	X	X		X	X

Rev. Hipótese, Bauru, v. 8, e022004, jan./dez. 2022.
DOI: https://doi.org/10.47519/eiaerh.v8.2022.ID5
e-ISSN: 2446-7154
BY-NC-SA

Propõem aplicações a situações cotidianas.	X	X	X	X	X	X
Sugere a realização de atividades (experimentos, mapas conceituais, jogos).					X	
Possui exercícios que envolvem a Probabilidade Geométrica.					X	X

Fonte: Elaborado pelas autoras (2021)

Em relação a como os conteúdos são apresentados nas seis coleções de livros didáticos analisados, podemos perceber que todas elas procuram utilizar uma abordagem história de como surgiram as primeiras noções de Probabilidade. Outro aspecto relevante observado é que todas as coleções apresentam situações de aplicação do conteúdo de Probabilidade a situações cotidianas. Esses dados estão em consonância com o que afirma Carvalho e Lima (2010), de que boa parte dos livros didáticos procura relacionar os conteúdos matemáticos ao seu significado no cotidiano das pessoas.

Os exercícios de vestibular e do ENEM estiveram presentes em três das seis coleções de livros didáticos analisados, sendo esse também um aspecto relevante, visto que esse tipo de exercício ajuda a familiarizar o estudante com o tipo de questões desses processos seletivos.

Percebeu-se, ainda, a preocupação da maioria (5) das coleções em relacionar o conteúdo de Probabilidade a outras disciplinas/áreas, esse aspecto é importante pois trata-se de um conteúdo que é utilizado em diversas disciplinas, como por exemplo, a Biologia. Ressalta-se, ainda, a preocupação das coleções em apresentar exemplos de como a Probabilidade pode ser utilizada em outros contextos, como por exemplo: no diagnóstico de doenças na medicina, na doação de órgãos, na expectativa de vida da população brasileira e na Ciência Forense.

Destaca-se que apenas em uma coleção, coleção M, são sugeridas atividades como: experimentos, jogos digitais para serem jogados pelos estudantes; construção de mapas conceituais. Dessa forma, percebe-se que essa coleção procura estimular a utilização de diferentes recursos e estratégias visando contribuir no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Probabilidade.

(cc) BY-NC-SA

Outro aspecto que carece ser mais explorado nas coleções analisadas é relacionar o conteúdo de Probabilidade com outros conteúdos de Matemática, como a Análise Combinatória, por exemplo, visto que apenas duas coleções (L e M) apresentam essas relações.

A análise realizada também possibilitou verificar que nenhuma das coleções de livros didáticos aborda o conceito de Probabilidade Geométrica; duas apresentam exercícios que para sua resolução é necessário utilizar esse conceito. Lima (2001), em seu estudo realizou uma análise de doze coleções de livros didáticos de Matemática utilizados nos três anos do Ensino Médio no Brasil, encontrando o conteúdo de Probabilidade Geométrica em apenas uma delas. Esse autor coloca que "Este assunto, raramente abordado no Ensino Médio, é uma introdução apropriada à noção de probabilidade contínua e proporciona exemplos bastante motivadores" (LIMA, 2001, p. 97). Conforme Caetano e Paterlini (2013) o conceito de Probabilidade Geométrica é pouco trabalhado no Ensino Médio, porém o seu estudo é importante, pois pode auxiliar os estudantes a associar os conceitos trabalhados na Probabilidade aos conhecimentos geométricos que já dispõem.

Ritter e Bulegon (2017) realizaram uma análise de como é trabalhado o conteúdo de Probabilidade e Probabilidade Geométrica nos livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental indicados pelo PNLD 2014. Essas autoras verificaram que em algumas coleções o conceito de Probabilidade Geométrica é mencionado e são propostos alguns exercícios sobre ele. Dessa forma, percebe-se que o conceito de Probabilidade Geométrica é abordado em alguns livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental indicados pelo PNLD 2014, enquanto nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio indicados pelo PNLD 2015, esse conceito aparece apenas de forma intuitiva em alguns poucos exercícios.

Considerações finais

O objetivo deste trabalho foi analisar como é abordado o conteúdo de Probabilidade e se é apresentada a Probabilidade Geométrica em livros didáticos de Matemática do PNLD de 2015 destinados a estudantes do Ensino Médio. A análise das seis coleções de livros didáticos possibilitou perceber que o conceito de Probabilidade Geométrica não é abordado em nenhuma, mas em duas delas são propostos exercícios que, para sua resolução, é necessário utilizar esse conceito.

Pode-se concluir que as coleções analisadas utilizam diferentes abordagens para apresentar o conteúdo de Probabilidade, sendo que foi possível identificar a prevalência pela

e-ISSN: 2446-7154
DOI: https://doi.org/10.47519/eiaerh.v8.2022.ID5
BY-NC-SA

utilização da abordagem histórica de como esse conteúdo surgiu e a preocupação em apresentar situações cotidianas de sua aplicação.

Apenas uma das coleções analisadas sugeria a utilização de recursos como, por exemplo, jogos, no ensino de Probabilidade. Dessa forma, ressalta-se que é importante que as coleções incorporem sugestões de atividades práticas utilizando diferentes recursos e estratégias visto que esse tipo de atividade tem grande potencial para contribuir no processo de ensino e aprendizagem de diversos conceitos.

Além disso, destaca-se que como apontado por Carvalho e Lima (2010) o livro didático é um recurso importante, mas esse não deve ser o único recurso utilizado como suporte ao trabalho do professor, é necessário buscar outras fontes ampliar e aprimorar o conteúdo e adequá-lo à realidade do grupo de estudantes.

Por fim, ressalta-se que em 2020/2021, com a pandemia da Covid-19 e por dificuldades de acesso à internet, muitos estudantes só tiveram contato com os conceitos, estudados na Educação Básica, por meio dos livros didáticos. Assim, acredita-se que o livro didático é um material importante e que a análise realizada pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Probabilidade, tornando sua aprendizagem mais efetiva.

AGRADECIMENTOS: O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

ÂLCANTARA, R. R. **Probabilidade Geométrica em Lançamentos Aleatórios**. 2014. 43 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Centro de Ciências da Natureza, Universidade Federal do Piauí, Teresina, PI, 2014.

ALMOULOUD, S. A. Informática e Educação Matemática. **Revista de Informática Aplicada,** v. 1, n. 1, jan./jun. 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ensino Médio. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Brasília, DF: MEC, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em 05 dez. 2020.

CAETANO, P. A. S.; PATERLINI, R. R. **Jogo dos discos:** Módulo I. Cuiabá, MT: Central de

BY-NC-SA

Texto, 2013.

CARVALHO, J. B. P.; LIMA, P. F. Escolha e uso do livro didático. *In*: CARVALHO, J. B. P. F C. **Matemática:** Ensino Fundamental. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.

COUTINHO, C. Q. S. Introdução ao conceito de Probabilidade e os livros didáticos para Ensino Médio no Brasil. *In*: CORDANI, L. K. *et al*. **Educación Estadística América Latina**: Tendencias Perspectivas. Caracas: Universidade Central de Venezuela, 2013. p. 193-207.

DELIZOICOV, D.; ANGOTTI, J. A.; PERNAMBUCO, M. M. **Ensino de Ciências**: Fundamentos e métodos. São Paulo: Cortez, 2007.

FREITAS, R. E. A. **Um Portal para o Cálculo de Probabilidades Geométricas**. 2009. 33 f. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia da Computação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

GONDIM, H. F. **Probabilidade e Probabilidade Geométrica**: Conceitos e exemplos aplicáveis no Ensino Básico. 2013. 66 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2013.

LIMA, E. L. **Exame de textos**: Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio. Rio de Janeiro: SBM, 2001.

LOPES, C. E. O ensino da estatística e da Probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cadernos Cedes**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: Abordagens qualitativas. São Paulo, EPU, 1986.

MACHADO, A. S. **Matemática Machado**. Volume único: Ensino Médio. São Paulo: Atual, 2012.

MORGADO, A. C. O. *et al*. **Análise Combinatória e Probabilidade.** Rio de Janeiro: SBM, 1991.

NASCIMENTO, P. L. do. **A formação do aluno e a visão do professor do Ensino Médio em relação à Matemática Financeira**. 2004. 187 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

OLIVEIRA, P. I. F. **A Estatística e a Probabilidade nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio**. 2006. 100 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

PEREIRA, C. A. B. **Alguns Tópicos em Probabilidade Geométrica**. 2011. 61 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2011.

e-ISSN: 2446-7154
DOI: https://doi.org/10.47519/eiaerh.v8.2022.ID5
BY-NC-SA

RITTER, D. **O ensino de Probabilidade Geométrica**: Desafios e possibilidades. 2017. 226 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Franciscana, Santa Maria, 2017.

RITTER, D.; BULEGON, A. M. Abordagem do tema Probabilidade e Probabilidade Geométrica em livros didáticos de Matemática indicados pelo PNLD, para o Ensino Fundamental. *In*: VELOSO, L. F.; GARCIA, J.; SANTOS, S. M. B. **Olhar de educador**: Coletânea de artigos, por diferentes olhares.1 ed. Cachoeira do Sul, RS: In books, 2017. p. 509515.

RODRIGUES, M. R.; MARTINS, E. G. A abordagem do tema Probabilidade nos livros aprovados pelo PNLD para o triênio 2015 - 2017 e suas implicações no processo de ensino e aprendizagem. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: 2016. p. 1-12. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/comunicacoes-cientificas1.html. Acesso em: 03 jan. 2020.

SILVA, A. K. G. **Probabilidade Geométrica**: Generalizações do problema da Agulha de Buffon e aplicações. 2014. 74f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.

TUNALA, N. Determinação de probabilidades por métodos geométricos. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, v. 20, p. 16-22, 1992.

VIALI, L.; OLIVEIRA, P. I. F. de. Uma análise de conteúdos de Probabilidade em livros didáticos do Ensino Médio. *In*: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOUD, S. A. **Estudos e Reflexões em Educação Estatística**. 1. ed. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2010. p. 85-103.

VIANA, F. C. A. **Estudo e Aplicações de Probabilidade Geométrica e Paradoxos**. 2013. 75 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2013.

WOODWARD, E.; HOEHN, L. Probabilidade na Geometria do Segundo Grau. *In*: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. **Aprendendo e ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 1994.

BY-NC-SA

Sobre os autores

Denise RITTER

Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMAT) -UFN.

Ana Marli BULEGON

Doutora em Informática na Educação (UFRGS). Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMAT) -UFN.

Processamento e editoração: Editora Ibero-Americana de Educação.
Revisão, formatação, normalização e tradução.

BY-NC-SA